جامعة بنها — الفرقة: الثانية (رياضة)

كلية العلوم

دور يناير 2016 — د./ صلاح عيد إبراهيم حمزة

نموذج إجابة مادة: ديناميكا حرارية — تاريخ الامتحان: **2016/1/13**

---

1) يغير الغاز المثالى حجمه بطريقتين، أيزوثيرميا (إذا إحتفظ بدرجة حرارته ثابتة) وأديباتيكيا (إذا إحتفظ بكمية حرارته ثابتة). خذ هذه العبارة في الإعتبار واستنتج قانون تغير حجم الغاز المثالى في كلتا الحالتين.

------------------------------ **الإجابة** --------------------

قانون التغير الأديباتيكى للغاز المثالي

أثناء التغير الأديباتيكى يكون الغاز معزولا عن الوسط المحيط بحيث لا يأخذ ولا يعطى الوسط المحيط أي كمية حرارة أي أن $dQ=0$. ومن القانون الأول للديناميكا الحرارية $dQ = C_V dT + PdV$ نحصل على

$$-PdV = C_V dT \ \left(= dU\right) \qquad (36)$$

أي أن الشغل المبذول يقابلة تغير في الطاقة الداخلية للغاز. الإشارة السالبة تعنى أنه بزيادة الحجم (تمدد) تنخفض درجة حرارة الغاز وبتقليل الحجم (انكماش) ترتفع درجة الحرارة.

لنحاول إيجاد قانون التغير الأديباتيكى:

$$\because\ dQ = 0$$

$$\therefore\ C_V\, dT + PdV = 0 \qquad (37)$$

لنتخلص من dT بالتفاضل الكلى للقانون العام:

$$\because\ PV = RT$$

$$\therefore\ P\,dV + VdP = RdT$$

$$dT = \frac{PdV + VdP}{R} \tag{38}$$

بالتعويض في العلاقة (37):

$$C_V\left[\frac{PdV + VdP}{R}\right] + PdV = 0$$

$$C_V\left[PdV + VdP\right] + R\,PdV = 0$$

ولكن $R = C_P - C_V$

$$C_V\left[P\,dV + VdP\right] + (C_P - C_V)\,P\,dV = 0$$

$$\therefore C_V\;V\,dP + C_P\;P\,dV = 0 \tag{39}$$

بقسمة طرفي المعادلة السابقة على $C_V\,VP$ نحصل على:

$$\frac{dP}{P} + \frac{C_P}{C_V}\frac{dV}{V} = 0$$

$$\because\; \gamma = \frac{C_P}{C_V}$$

$$\therefore\; \frac{dP}{P} + \gamma\,\frac{dV}{V} = 0 \tag{40}$$

بتكامل طرفي العلاقة العليا نحصل على

$$\int\frac{dP}{P} + \gamma\int\frac{dV}{V} = 0$$

$$\ln P + \gamma \ln V = \text{const.}$$

$$\ln PV^{\gamma} = \text{const.}$$

أي أن الحجم والضغط أثناء التغير الأديباتيكى يخضعان للعلاقة

$$PV^{\gamma} = \text{const.} \tag{41}$$

بالأخذ في الاعتبار القانون العام $PV = RT$ فإنه ليس من الصعب استنتاج العلاقـــات التـــي تربط المتغيرات الأخرى أثناء التغير الأديباتيكى وهى:

$$TV^{\gamma-1} = const. \tag{42}$$

$$T^{\gamma}\ P^{1-\gamma} = const. \tag{43}$$

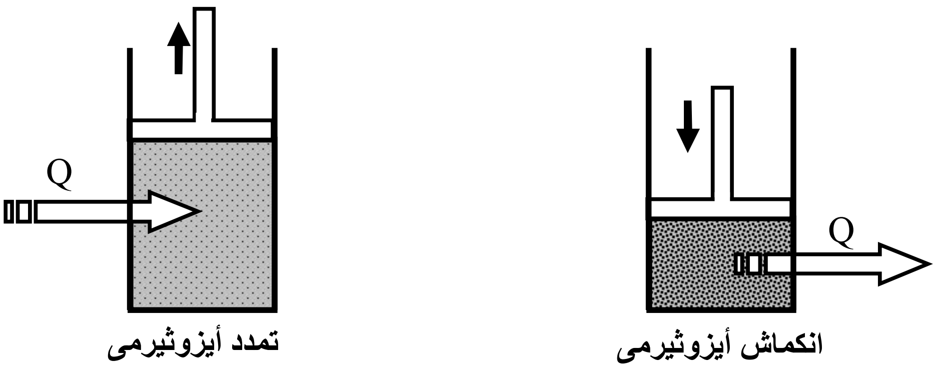
قانون التغير الأيزوثيرمى

التغير الأيزوثيرمى هو التغير الذي يحدث للغاز مع الاحتفاظ بدرجة حرارته ثابتة

$$T = const. \tag{30}$$

ولحدوث ذلك يوضع الغاز في اسطوانه جيدة التوصيل للحرارة مع تغيير حجمه ببطء لإعطاء فرصة لحدوث تبادل حرارى بين الغاز والوسط الخارجى المحيط كما في شكل (6). وحيث أن درجة حرارة الغاز ثابته فإن العلاقة بين ضغط الغاز وحجمه هي:

$$PV = RT = const. \tag{31}$$

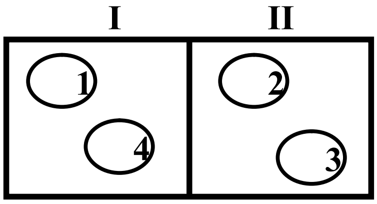


شكل (6): التغير الأيزوثيرمى للغاز المثالي

يزداد الاحتمال الإحصائي كلما كانت الجزيئات أكثر ترتيبا أي أنه يعتبر مقياسا للنظام. اشرح هذه العبارة موضحا كيفية توزيع عدد أربع جزيئات بين صندوقين.

------------------------------ **الإجابة** --------------------

ولكي نوضح أكثر ما هو المقصود بالاحتمال الديناميكي الحراري، دعنا نحسب عدد الطرق التي يتوزع بها أربع جزيئات من غاز ما بين صندوقين كما في شكل (5). ويبين الجـدول التالي جميع الاحتمالات الممكنة لهذه العملية



شكل (5)

n_1 at **I**	n_2 at **II**	at **I**	at **II**	$\Omega = \dfrac{N!}{n_1! n_2!}$
0	4	---	1, 2, 3, 4	1
1	3	1 2 3 4	2, 3, 4 1, 3, 4 1, 2, 4 1, 2, 3	4
2	2	1, 2 1, 3 1, 4 2, 3 2, 4 3, 4	3, 4 2, 4 2, 3 1, 4 1, 3 1, 2	6
3	1	1, 2, 3 1, 2, 4 1, 3, 4 2, 3, 4	4 3 2 1	4

4	0	1, 2, 3, 4	---	1

ويعرف **الاحتمال الإحصائي** لأي عملية بأنه **عدد الطرق الممكنة للوصول لحالة ما**. ويرمز له بالرمز Ω. نلاحظ من الأمثلة السابقة أن هناك قواعد عامة مشتركة فيما بينها وهى:

1. الحالة الأكثر احتمالا (أي حالة الاتزان) هي الحالة التي يكون الاحتمال الإحصائي لها اكبر ما يمكن (العمود الأوسط في الجدول).
2. الحالة الأكثر احتمالا (أي حالة الاتزان) هي الحالة التـــي تتــوزع فيهـــا الجزيئـــات بالتساوي على جميع الأقسام أي الحالة التي تنتشر فيها الجزيئات على الوعاء كله.
3. الاحتمال الإحصائي Ω مقياس للنظام لأننا لاحظنا أن Ω تكبر كلما كانت الجزيئـــات اكثر ترتيبا أي أن Ω تزيد كلما زاد النظام.